

Wpłynęło dnia 10.02.2026  
L.dz. 8/2026  
odpis ud



Politechnika Łódzka

Prof. dr hab. Wojciech Kryszewski  
Instytut Matematyki Politechniki Łódzkiej  
tel. kontaktowy: 602 730 893

Łódź, 31 stycznia 2026.

**Ocena osiągnięć dr Macieja Starostki  
w związku z ubieganiem się o nadanie stopnia naukowego  
doktora habilitowanego w dziedzinie nauk ścisłych i przyrodniczych,  
w dyscyplinie matematyka**

Dr inż. Maciej Starostka jest adiunktem w Instytucie Matematyki Stosowanej na Wydziale Fizyki Technicznej i Matematyki Stosowanej Politechniki Gdańskiej w Gdańsku. Stopień naukowy doktora nauk matematycznych w zakresie matematyki uzyskał w 2017 roku w Instytucie Matematycznym PAN w Warszawie, na podstawie rozprawy pt. *E-cohomological Conley index*, której promotorem był prof. dr hab. Marek Izydorek.

W lipcu 2025 r. dr Starostka złożył za pośrednictwem Rady Doskonałości Naukowej do Rady Dziedziny Naukowej Nauki Ścisłe Politechniki Gdańskiej wniosek o przeprowadzenie postępowania w sprawie nadania stopnia naukowego doktora habilitowanego, w dziedzinie nauk ścisłych i przyrodniczych w dyscyplinie matematyka na podstawie osiągnięcia naukowego obejmującego cykl powiązanych tematycznie artykułów naukowych pod tytułem:

**Teoria Morse'a dla hamiltonowskiego funkcjonału działania i klasy funkcjonałów  
na przestrzeni Banacha**

składającego się z następujących sześciu publikacji <sup>(1)</sup>:

- [H1] L. Asselle, M. Starostka, *The Palais–Smale condition for the Hamiltonian action on a mixed regularity space of loops in cotangent bundles and applications*, *Calculus of Variations and Partial Differential Equations*, 2020.
- [H2] L. Asselle, M. Starostka, *Morse homology for the Hamiltonian action in cotangent bundles*, *Calculus of Variations and Partial Differential Equations*, 2025.
- [H3] L. Asselle, M. Starostka, *A note on the Morse homology for a class of functionals in Banach spaces involving the 2p-area functional*, *Nonlinear Differential Equations and Applications (NoDEA)*, 2024.

<sup>1</sup>W recenzji wykorzystuję numerację bibliografii przedstawioną w autoreferacie habilitanta oraz wykazie jej osiągnięć.

- [H4] **M. Starostka**, *Connected components of the space of proper gradient vector fields*, Journal of Fixed Point Theory and Applications, 2022.
- [H5] **L. Asselle, M. Izydorek, M. Starostka**, *The Arnold conjecture in  $\mathbb{CP}^n$  and the Conley index*, Discrete and Continuous Dynamical Systems Series B, 2023.
- [H6] **L. Asselle, M. Starostka**, *On the degenerate Arnold conjecture on  $T^{2m} \times \mathbb{CP}^n$* , Topological Methods in Nonlinear Analysis, 2025.

Wnioskowi towarzyszy dokumentacja (w języku polskim i angielskim) zawierająca m.in. autorefereat, wykaz osiągnięć naukowych oraz stosowne oświadczenie współautorów potwierdzające wkład dra Starostki w powstaniu pięciu artykułów [H1], [H2], [H3], [H5] i [H6]] wchodzących w skład osiągnięcia habilitacyjnego. Oświadczenia te stwierdzają co najmniej proporcjonalny do liczby autorów udział dra Starostki w ich powstaniu. Jestem przekonany, że we współpracy ze swoimi współautorami dr Starostka odgrywał istotną, a często kluczową rolę.

Kandydat nie ubiegał się uprzednio o nadanie stopnia doktora habilitowanego.

W pierwszej części recenzji omówię cele i problematykę rozprawy oraz jej zawartość; w części drugiej przedstawię ocenę i uwagi dotyczące kwestii merytorycznych i redakcyjnych rozprawy; w części trzeciej omówię szkicowo pozostałe osiągnięcia naukowo-badawcze, dydaktyczne i organizacyjne dra Starostki, zaś w czwartej części ustosunkuję się do wymagań ustawowych dla nadania stopnia doktora habilitowanego stawianych w Ustawie z dnia 20 lipca 2018 r. – *Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce* (Dz.U. 2018 poz. 1668), przede wszystkim art. 219-220, oraz wynikającym z Uchwały Senatu PG nr 399/2023/XXV z 20 września 2023 r. w sprawie wprowadzenia Regulaminu określającego sposób postępowania w sprawie nadania stopnia doktora oraz szczegółowego trybu postępowania w sprawie nadania stopnia doktora habilitowanego, a także Uchwały Senatu PG nr 174/2025/XXVI z 19 listopada 2025 r. zmieniającej powyżej wspomniany regulamin i aktualizującej procedury habilitacyjne. W części piątej dokonam podsumowania i sformułuję ostateczną konkluzję.

## 1. Omówienie wyników osiągnięcia habilitacyjnego

Dorobek dra Starostki wyodrębniony w recenzowanym osiągnięciu naukowym (rozprawie) zatytułowanym *Teoria Morse'a dla hamiltonowskiego funkcjonalu działania i klasy funkcjonalów na przestrzeni Banacha* stanowi spójny cykl sześciu prac naukowych [H1] – [H6], które koncentrują się na rozwinięciu i zastosowaniu zaawansowanych metod analizy topologicznej – w szczególności teorii Morse'a, teorii Floera oraz indeksu Conleya – do badania istnienia i krotności punktów krytycznych w nieskończone wymiarowych problemach wariacyjnych, głównie związanych z równaniami Hamiltona.

Należy stwierdzić, że prace wchodzące w skład rozprawy opublikowane zostały w szeregu dobrych i bardzo dobrych oraz wysoko punktowanych czasopismach o zasięgu międzynarodowym. Na uwagę zasługuje *Calc. Var. PDE* – jedno z czołowych czasopism poświęconych problematyce metod wariacyjnych w teorii równań cząstkowych, a także *Topological Meth. Nonl. Anal.* – polskie czasopismo poświęcone metodom topologicznym w analizie.

### Główne cele rozprawy:

1. **Uogólnienie teorii Morse'a na nieskończone wymiarowe rozmaitości Hilberta i Banacha**  
Klasyczna teoria Morse'a, opisująca związek między punktami krytycznymi funkcji a topologią rozmaitości, wymaga istotnych modyfikacji w przypadkach, gdy funkcjonal jest określony na

przestrzeniach/rozmaitościach Banacha lub Hilberta o nieskończonym wymiarze, szczególnie w sytuacji funkcjonałów silnie nieokreślonych, tj. dla których dodatni i ujemny indeks Morse'a jest nieskończony, co jest również odpowiednio odzwierciedlone geometrią podpoziomic funkcjonału. Rozprawa pokazuje, jak definiować i stosować kompleks Morse'a–Smale'a dla silnie nieokreślonych funkcjonałów, poprzez badanie potoków gradientowych lub pseudogradientowych (w przypadku banachowskim), w tym dla hamiltonowskiego funkcjonału działania na wiązkach kostycznych oraz dla funkcjonałów nieliniowych na przestrzeniach Sobolewa funkcji o wartościach w rozmaitości, które na ogół mają strukturę rozmaitości banachowskich.

## 2. Badanie warunków analitycznych dla funkcjonałów hamiltonowskich

W pracach [H1] i [H2] autorzy dowodzą, że przy odpowiednim doborze przestrzeni funkcji (mieszanej regularności Sobolewa) hamiltonowski funkcjonal działający spełnia warunek zwartości, tj. **warunek Palais–Smale'a**, co jest kluczowe dla poprawnego zdefiniowania kompleksu Morse'a–Smale'a. Umożliwia to stosowanie metod topologicznych bez konieczności uciekania się do bardziej złożonej teorii Floera.

## 3. Rozwój teorii indeksu Conleya i jego zastosowań w hipotezie Arnolda

W pracy [H4] autor, a w pracach [H5] i [H6] autor wraz ze współpracownikami, wykorzystuje **ko-homologiczny indeks Conleya** oraz wprowadza pojęcie **relatywnego cup-lengthu** do szacowania liczby punktów krytycznych. Dzięki tym narzędziom udowadnia nowe wyniki dotyczące **hipotezy Arnolda** – m.in. na zespolonej przestrzeni rzutowej  $CP^n$  oraz na iloczynach  $T^{2n} \times CP^m$  dla małych w normie  $C^1$  hamiltonianów.

## 4. Przeniesienie metod teorii Morse'a na przestrzenie Banacha

W pracy [H3] autor rozważa funkcjonały nieliniowe na przestrzeniach Sobolewa typu  $W_0^{1,p}$ , a więc funkcjonały, których naturalną dziedziną jest przestrzeń Banacha, a nie Hilberta. Pokazuje, jak konstruować gładkie pola pseudogradientowe i definiować kompleks Morse'a–Smale'a nawet w przypadkach, gdy standardowa definicja niezdegenerowanego punktu krytycznego wymaga modyfikacji.

## 5. Łączenie podejść: teoria Morse'a, Floera i Conleya

Rozprawa podkreśla komplementarność różnych metod topologicznych. Tam, gdzie teoria Floera jest technicznie wymagająca, autor pokazuje, że można stosować prostszą technicznie teorię Morse'a (gdy istnieje dobrze zdefiniowany potok gradientowy). Jednocześnie wykorzystuje elastyczność indeksu Conleya w przypadkach, gdzie warunki transversalności nie są spełnione.

## Szczegółowe omówienie wyników prac wchodzących w skład osiągnięcia habilitacyjnego:

Artykuł [H1] autorstwa L. Asselle i M. Starostki wprowadza udoskonalony wariacyjny formalizm dla dynamiki hamiltonowskiej na wiązkach stycznych i kostycznych, wykazując, że funkcjonal działania Hamiltona spełnia warunek Palais–Smale'a na mieszanej przestrzeni Sobolewa pętli, o regularności  $H^s$  w bazie oraz  $H^{1-s}$  we włóknie dla  $s \in (\frac{1}{2}, 1)$ . Wynik ten usuwa zasadniczą przeszkodę zwartości obecną w klasycznym ujęciu w  $H^1$ , która wymuszała stosowanie homologii Floera oraz metod eliptycznych, zapoczątkowanych w fundamentalnych pracach Floera i rozwijanych następnie m.in. przez Hofera, Salamona i Viterbo. W odróżnieniu od teorii Floera, gdzie zwartość uzyskuje się za pomocą metod krzywych pseudoholomorficznych i analizy bąbelkowania, zaproponowane podejście przywraca zwartość już na poziomie samego funkcjonału działania, umożliwiając zastosowanie bardziej klasycznej teorii Morse'a dla układów hamiltonowskich. Jako główne zastosowanie autorzy przedstawiają koncepcyjnie uproszczony dowód twierdzenia Hofera–Viterbo o istnieniu zamkniętych charakterystyk na hiperpowierzchniach typu kontaktowego w wiązkach kostycznych, a także wynik o istnieniu w sensie sąsiedztwa dla bardziej ogólnych hiperpowierzchni. Praca jest zaawansowana technicznie i pojęciowo, charakteryzuje

się matematyczną ścisłością, oryginalnością. Jest dobrze osadzona w literaturze przedmiotu, stanowiąc wartościową alternatywę wobec metod Floerowskich i otwierając nowe perspektywy dla wariacyjnych metod w topologii symplektycznej i kontaktowej.

W pracy [H2] autorzy, tzn. L. Asselle i M. Starostka, konstruują pełną teorię homologii Morse'a dla hamiltonowskiego funkcjonału działania na wiązkach kostycznych, opartą na wprowadzonym wcześniej przez autorów formalizmie mieszanej regularności. Wykorzystując spełnienie warunku Palais–Smale'a na wiązce Hilberta  $\mathcal{M}^{1-s}$ ,  $s \in (\frac{1}{2}, 1)$ , autorzy definiują dobrze określony kompleks Morse'a generowany przez jednoprzebiegowe orbity hamiltonowskie, przewyżczając silną nieokreśloność funkcjonału dzięki wprowadzeniu pojęcia (0)-istotnej podwiązki oraz relatywnego indeksu Morse'a. Kluczowym osiągnięciem pracy jest wykazanie prezwartości przecięć rozmaitości stabilnych i niestabilnych oraz uzyskanie własności transwersalności typu Morse–Smale metodą perturbacji pól pseudogradientowych. Otrzymana homologia Morse'a okazuje się niezmiennicza i kanonicznie izomorficzna z homologią Floera dla  $T^*M$ , a w konsekwencji z homologią osobliwą przestrzeni pętli swobodnych na  $M$ , zgodnie z klasycznymi wynikami Floera, Abbondandolo–Schwarza oraz Viterbo. W porównaniu z teorią Floera, zaproponowane podejście unika równań eliptycznych i metod krzywych pseudoholomorficznych, zastępując je podejściem czysto wariacyjnym i opartym na równaniach zwyczajnych formalizmem na rozmaitościach Hilberta. Praca stanowi istotny postęp koncepcyjny, dostarczając solidnej i elastycznej alternatywy dla homologii Floera oraz znacząco wzbogacając arsenał metod wariacyjnych topologii symplektycznej.

W pracy [H3] L. Asselle i M. Starostka wykazują istnienie homologii Morse'a dla konkretnej i analitycznie trudnej klasy funkcjonałów określonych na przestrzeniach Banacha, związanych z funkcjonałem pola powierzchni  $2p$  na przestrzeni  $W_0^{1,2p}(\Omega)$  dla  $p > n/2$ . Ponieważ przestrzenie te nie są refleksywne ani izomorficzne ze swoimi przestrzeniami dualnymi, punkty krytyczne nie mogą być niezdegenerowane w sensie klasycznym i standardowa teoria Morse'a nie ma tu zastosowania. Autorzy pokazują, że dla rozważanej klasy funkcjonałów wystarczająca jest jedynie injektywność drugiej pochodnej w punktach krytycznych, co pozwala na konstrukcję dobrze określonego kompleksu Morse'a i stanowi, w tym kontekście, pozytywną odpowiedź na pytanie postawione przez Smale'a. Otrzymana homologia Morse'a okazuje się niezmiennicza i kanonicznie izomorficzna z homologią osobliwą rozważanej przestrzeni Banacha. Praca w istotny sposób wzmacnia wcześniejsze wyniki Cingolani i Vannelli, w których obliczano jedynie grupy krytyczne, i stanowi jeden z pierwszych konkretnych przykładów pełnej homologii Morse'a w autentycznie banachowskim otoczeniu. Artykuł wnosi istotny wkład koncepcyjny do nieskończeniowej teorii Morse'a, z potencjalnymi zastosowaniami do quasi-liniowych problemów eliptycznych i wariacyjnych równań różniczkowych poza ramami przestrzeni Hilberta.

W artykule [H4] dr Starostka bada klasyfikację homotopijną pól gradientowych na  $\mathbb{R}^n$ . Podczas gdy dla właściwych pól wektorowych stopień całkowicie wyznacza typ homotopijny, sytuacja staje się subtelniejsza przy ograniczeniu do pól gradientowych. Główny wynik pokazuje, że dla  $n \geq 2$  istnieją właściwe pola gradientowe o tym samym stopniu, które są homotopijne jako odwzorowania właściwe, ale nie poprzez homotopię w klasie pól gradientowych. Dowód wykorzystuje kohomologię Morse'a oraz izolujące otoczenia dla przepływów gradientowych, wykazując, że gradientowe homotopie zachowują grupy kohomologii lokalnej. Wynik przenosi się na przestrzenie Hilberta w nieskończonym wymiarze za pomocą teorii indeksu Conleya. Praca pogłębia rozumienie niezmienników homotopii gradientowej i ma znaczenie dla porównania niezmienników typu Bauer–Furuta z niezmiennikami opartymi na indeksie Conleya w topologii małowymiarowej. Artykuł stanowi wartościowy wkład na pograniczu analizy geometrycznej i systemów dynamicznych, dostarczając wyraźnego przykładu, jak dodatkowa struktura gradientowa wzbogaca klasyfikację homotopijną.

Artykuł [H5] Asselle, Izydorka i Starostki przedstawia oryginalny, czysto topologiczny dowód klasycznej hipotezy Arnolda dla zespolonej przestrzeni rzutowej  $\mathbb{C}P^n$  wyposażonej w formę symplektyczną

Fubinięgo–Study’ego. Główny wynik (Twierdzenie 1.1) stwierdza, że każdy dyfeomorfizm hamiltonowski na  $\mathbb{CP}^n$  ma co najmniej  $n + 1$  punktów stałych. Dowód opiera się na teorii indeksu Conleya i unika użycia homologii Floera, stanowiąc istotny wkład metodologiczny. Autorzy osadzają problem w przestrzeni Hilberta ( $H^{1/2}$ -pętla w  $\mathbb{R}^{2n+2}$ ), konstruując odpowiedni funkcjonal rozszerzony  $\mathbb{A}_H$  i badają jego potok gradientowy. Kluczowe elementy obejmują wprowadzenie IA-homotopii, wykorzystanie relatywnego cup-length (kohomologicznego) indeksu Conleya (chodzi tu o względną długość kohomologiczną, odnosząc się do maksymalnej liczby niezerowych elementów, których iloczyn kohomologiczny jest niezerowy, a przymiotnik "relative" oznacza "względny", co wskazuje, że struktura jest definiowana dla pary indeksowej  $(N, L)$  w definicji indeksu Conleya) oraz subtelnej redukcji skończenie-wymiarową. Argumentacja pokazuje, że długość kubu  $\mathbb{CP}^n$ , równa  $n + 1$ , daje dolne oszacowanie na liczbę punktów krytycznych, a więc punktów stałych.

Praca stanowi znaczący wkład do literatury z topologii symplektycznej, oferując uzupełniające podejście do dominujących metod teorii Floera. Demonstruje siłę teorii Conleya w badaniu zdegenerowanych układów hamiltonowskich i otwiera drogę do zastosowań na innych rozmaitościach symplektycznych (np. rozmaitościach toroidalnych). Artykuł jest dobrze napisany, technicznie poprawny i wpisuje się w szerszy program rozwijania alternatywnych narzędzi topologicznych w dynamice hamiltonowskiej. Jest to wartościowa pozycja naukowa na pograniczu układów dynamicznych, geometrii symplektycznej i topologii algebraicznej.

Ostatnia z cyklu praca [H6] autorstwa Asselle i Starostki dotyczy zdegenerowanej hipotezy Arnolda dla iloczynu rozmaitości symplektycznych  $(\mathbb{T}^{2m} \times \mathbb{CP}^n, \omega_{\text{std}} \oplus \omega_{\text{FS}})$ . Główny wynik (Twierdzenie 1.1) stwierdza, że każdy dyfeomorfizm hamiltonowski  $\phi$  generowany przez hamiltonian  $H_0$ , który jest  $C^0$ -bliski identyczności w kierunku  $\mathbb{CP}^n$  przy warunku małości

$$\max\{2\|H_0\|_\infty, \|\nabla_{\mathbb{CP}^n} H_0\|_\infty\} < 1/2,$$

ma co najmniej

$$|\text{Fix}(\phi)| \geq 2m + n + 1 = \text{CL}(\mathbb{T}^{2m} \times \mathbb{CP}^n) + 1$$

kontrakcyjnych punktów stałych. Wynik ten poprawia wcześniejsze oszacowanie  $n + 1$  autorstwa Oh i stanowi istotny postęp w zdegenerowanym przypadku na rozmaitościach niesferycznych.

Dowód rozwija wcześniejsze podejście autorów z użyciem indeksu Conleya dla  $\mathbb{CP}^n$ . Kluczowe kroki obejmują: podniesienie problemu do przestrzeni Hilberta pętli  $H^{1/2}$  w  $\mathbb{R}^{2m} \times \mathbb{R}^{2n+2}$ , skonstruowanie zmodyfikowanego funkcjonału działania hamiltonowskiego  $\mathbb{A}_H$  oraz wykazanie kluczowego warunku niezerowania (warunek (A)) przy założeniach małości. Wykorzystując niezmienniczość indeksu Conleya względem kontynuacji, problem redukuje się do przypadku zerowego hamiltonianu, w którym potok rozkłada się jako iloczyn. Względna długość kohomologiczna indeksu Conleya jest następnie obliczona za pomocą wzorów iloczynowych, dając żądane dolne oszacowanie.

Praca stanowi technicznie dopracowane zastosowanie nieskończenie-wymiarowej teorii Conleya do dynamiki symplektycznej. Pokazuje, jak staranne oszacowania analityczne mogą rekompensować brak zwartości w czynniku  $\mathbb{T}^{2m}$  i poszerza zakres metod topologicznych poza homologie Floera w przypadku zdegenerowanym. Artykuł jest napisany klarownie, dobrze ustrukturyzowany i wnosi istotny wkład w trwające wysiłki zmierzające do rozwiązania hipotezy Arnolda na rozmaitościach niesferycznych przy użyciu alternatywnych narzędzi topologicznych.

## 2. Omówienie i ocena kwestii merytorycznych i redakcyjnych

Cykl prac stanowi istotny wkład w **matematykę stosowaną i teoretyczną**, łącząc głębokie idee topologiczne i geometryczne z zaawansowaną analizą nieliniową. Dzięki nowemu podejściu analitycznemu i

zastosowaniu nowoczesnych, abstrakcyjnym i niekiedy bardzo zaawansowanych narzędzi topologicznych autor:

- upraszcza i uogólnia istniejące wyniki (np. dowód twierdzenia Hofera–Viterbo),
- dostarcza nowych dowodów hipotezy Arnolda na konkretnych rozmaitościach,
- poszerza klasę funkcjonałów, dla których można badać punkty krytyczne za pomocą homologii Morse’a,
- integruje różne nurty matematyczne (geometria symplektyczna, analiza funkcjonalna, topologia algebraiczna).

Rozprawa ma wyraźny charakter **metodologiczny i aplikacyjny**, oferując nowe narzędzia do badania równań różniczkowych cząstkowych i układów dynamicznych, a także otwierając drogi do dalszych badań w obszarach analizy globalnej i dynamiki hamiltonowskiej. Z całym przekonaniem stwierdzam, że rezultaty naukowe zawarte w rozprawie stanowią znaczny wkład w rozwój matematyki, ze szczególnym uwzględnieniem zaawansowanych metod topologii, topologii algebraicznej, geometrii symplektycznej, teorii wiązek, teorii układów hamiltonowskich i równań różniczkowych.

Prace wchodzące w skład osiągnięcia habilitacyjnego zredagowane są właściwie, z dbałością o czytelnika i, choć są czasem bardzo zaawansowane pojęciowo i technicznie, czyta się je dobrze. Dokumentacja habilitacji, a przede wszystkim autoreferat jest dobrze skomponowany i i przemyślany. Są oczywiście kwestie, co do których można by podjąć dyskusję naukową. Na przykład pewne zaciekawienie recenzenta wzbudził warunek zwartości ( $C$ ) potrzebny do konstrukcji indeksu Conleya i jego związek z dopuszczalnością w sensie Rybakowskiego, lecz recenzja dorobku habilitacyjnego nie jest miejscem na dywagacje tego typu.

Dr Maciej Starostka jest matematykiem młodym, niespełna 40-letnim, o bardzo dużym i głębokim dorobku naukowym. Rzadko spotyka się matematyków na tym etapie kariery naukowej o tak wysokiej kulturze matematycznej, dojrzałości badawczej, dogłębnym wykształceniu i wiedzy, stosującym ze swobodą często bardzo zaawansowane i różnorodne techniki badawcze, uprawiającym naukę na bardzo wysokim poziomie. Pan Starostka pracuje najczęściej ze współpracownikami. To jednak bynajmniej nie kładzie się cieniem na jego dorobku. Na odwrót: dobór współpracowników – wśród których są znakomici i znani matematycy, ich status naukowy i osiągnięcia świadczą dobitnie, że jest cennym i cenionym partnerem badawczym, poszukiwanym ze względu na wiedzę i kreatywność.

Wypowiedziane słowa i komentarze pozwalają na stwierdzenie, że w osobie dra Macieja Starostki mamy wybitnego młodego matematyka, który bez żadnego wątpienia zasługuje na stopień doktora habilitowanego.

### 3. Omówienie pozostałych osiągnięć naukowo-badawczych i jego działalności

Poniżej omówię dorobek naukowy dr. inż. Macieja Starostki, który nie wchodzi w skład głównego cyklu prac habilitacyjnych, ale stanowi istotny i komplementarny wkład w rozwój metod topologicznych w analizie nieliniowej i dynamicie. Część z tych (szczególnie nowszych) prac jest ściśle związana z rozprawą (osiągnięciem habilitacyjnym), część nie jest związana bezpośrednio, ale odzwierciedla zainteresowania naukowe habilitanta. Stwierdzenia dotyczące miejsca publikacji prac wchodzących w skład rozprawy habilitacyjnej są również słuszne w odniesieniu do publikacji z pozostałego dorobku dra Starostki. Publikuje on wraz ze współautorami swe wyniki w bardzo dobrych i elitarnych czasopismach.

**Publikacje przed doktoratem:** Wczesny dorobek autora koncentrował się na zastosowaniach topologii w równaniach różniczkowych i teorii gauge (teorii cechowania).

- [Dr1] Badanie niezmienników Seiberga-Wittena, stopnia topologicznego i wzoru na przejście przez ścianę.
- [Dr2] Skonstruowanie kohomologii Morse'a w przestrzeni Hilberta z wykorzystaniem indeksu Conleya, co stanowiło wstęp do późniejszych badań nad nieskończone wymiarowymi uogólnieniami.
- [Dr3] Uwagi dotyczące zbiorów singularnych morfizmów wiązek wektorowych.

**Publikacje po doktoracie (uzupełniające):** Po doktoracie autor kontynuował prace w kilku powiązanych kierunkach, rozwijając teorię indeksu Conleya, teorię potoku spektralnego oraz badając zagadnienia bifurkacji.

#### **Teoria indeksu Conleya i kohomologii Morse'a:**

- [Pub1] Dowód homotopijnej niezmienniczości  $E$ -kohomologicznego indeksu Conleya dla pól Leray-Schauder poprzez warunek zwartości ( $C$ ) i lokalnych kohomologii Morse'a w przestrzeniach Hilberta, uogólniający klasyczny wynik Salamona.
- [Pub2] Uogólnienie pojęcia *względnej długości kohomologicznej (relative cup-length)* na  $E$ -kohomologiczny indeks Conleya i nowy dowód hipotezy Arnolda dla torusa  $T^{2n}$ .
- [Pub7] Zdefiniowanie względnej długości kohomologicznej dla lokalnych kohomologii Morse'a, dostarczającej lepszych oszacowań liczby punktów krytycznych w przypadkach zdegenerowanych, z dowodem inspirowanym metodami teorii Floera.

#### **Równania różniczkowe i metody wariacyjne:**

- [Pub3] Uogólnienie twierdzenia S. Bernsteina z wykorzystaniem stopnia Leraya-Schaudera do badania istnienia rozwiązań nieliniowych równań różniczkowych zwyczajnych, w tym związanych z  $p$ -laplasjanem.
- [Pub9] (preprint) Istotne rozszerzenie klasy funkcjonałów, dla których dobrze zdefiniowany jest kompleks Morse'a, na przypadki spełniające jedynie warunek Ceramiego (słabszy od warunku Palais-Smale'a). Jest to pierwsze takie zastosowanie.

**Potok spektralny i teoria bifurkacji:** Ten nurt badań, rozwijany głównie we współpracy z prof. N. Waterstraatem, dotyczy ilościowych metod badania rodzin operatorów.

- [Pub4] Krótki dowód **zasady porównywania (comparison principle)** dla potoku spektralnego oraz nowa charakteryzacja potoku spektralnego nie wymagająca odwracalności na końcach drogi.
- [Pub5] Zbadanie bifurkacji dla funkcjonałów z symetriami przy użyciu **współmienniczego potoku spektralnego**, który może być nietrywialny nawet gdy zwykły potok spektralny jest zerowy.

- [Pub8] (preprint) Wykorzystanie zasady porównywania do dowodzenia istnienia **globalnej bifurkacji** rozwiązań okresowych układów hamiltonowskich, poprzez powiązanie potoku spektralnego z pojęciem parzystości (parity).
- [Pub10] (preprint) Badania nad jednoznacznością  $G$ -współmienniczego potoku spektralnego.

#### **Materiały dydaktyczne i przeglądowne:**

- [Pub6] Notatki wykładowe będące wprowadzeniem do teorii indeksu Conleya i jego względnej długości kohomologicznej, zawierające zuniifikowane dowody kluczowych twierdzeń oraz uogólnienie lematu o istnieniu maksymalnego ograniczonego zbioru niezmienniczego na przestrzeni Banacha.

**Podsumowanie:** Prace uzupełniające dokumentują szerokie spektrum aktywności badawczej autora, wykraczające poza kluczowy cykl habilitacyjny. Można w nich wyróżnić trzy główne nurty: 1) **Pogłębienie teorii indeksu Conleya i kohomologii Morse’a** oraz ich wzajemnych relacji, w tym opracowanie nowych narzędzi homologicznych (względna długość kohomologiczna) do szacowania liczby rozwiązań. 2) **Rozwój i zastosowania teorii potoku spektralnego**, szczególnie w kontekście badania bifurkacji z symetriami oraz wyprowadzenie praktycznych zasad porównywania. 3) **Stosowanie metod topologiczno-wariacyjnych** do konkretnych klas równań różniczkowych (zwyczajnych i cząstkowych), często w trudnych przypadkach nieskończenie wymiarowych lub zdegenerowanych.

Współpraca z kluczowymi ośrodkami (m.in. z prof. N. Waterstraatem i prof. L. Asselle) zaowocowała zarówno wynikami teoretycznymi, jak i nowymi dowodami istotnych twierdzeń (np. hipotezy Arnolda na  $T^{2n}$ ). Dorobek ten ukazuje autora jako matematyka wnoszącego istotny wkład w kilka współczesnych działów matematyki, łączącego głębię teoretyczną z umiejętnością stosowania zaawansowanych narzędzi do rozwiązywania konkretnych problemów analitycznych.

**Działalność około-naukowa, organizacyjna i dydaktyczna dra Starostki:** Działalność około-naukowa dra Starostki została dość szczegółowo przedstawiona w autoreferacie. Opisany tam dorobek jest zdecydowanie ponadprzeciętny i, można powiedzieć, imponujący. Jest on kierownikiem projektu naukowego (grantu) współfinansowanego przez DFG (niemiecką fundację naukową) i NCN, był współwykonawcą i głównym wykonawcą w grantach naukowych finansowanych przez NCN, DFG, DAAD oraz Ministerstwo NiSzW przyczyniając się w ten sposób do zdobywania zewnętrznych środków na badania naukowe.

Dr Starostka jest częstym gościem ośrodków naukowych na świecie, gdzie niejednokrotnie przedstawiał swoje wyniki naukowe (w tym podczas pobytu w MIT w Ameryce, co jest jednoznacznym świadectwem uznania), uczestnikiem prestiżowych międzynarodowych konferencji matematycznych, podczas których prezentował referaty, a także odczyty plenarne. Jest matematykiem o osobowości i dorobku rozpoznawalnym na świecie i w Polsce. Dr Starostka jest – zdaniem recenzenta – ważnym członkiem polskiego i międzynarodowego środowiska naukowego.

Nie mam danych, aby wypowiedzieć się o działalności dydaktycznej dra Starostki, ani o jego zaangażowaniu w kształcenie. Jednakże miałem okazję nieraz słuchać jego wypowiedzi podczas konferencji i mogę stwierdzić, że jest najprawdopodobniej dobrym i lubianym nauczycielem akademickim. Wiem, że dr Starostka nie stroni od pracy organizacyjnej na rzecz swej uczelni; sądzę wszakże, że to praca naukowa i badawcza jest dla niego priorytetem.

**Dane bibliometryczne:** Informacja o liczbie publikacji dra Starostki znajduje się w dokumentacji. Jest to pokaźna liczba, świadcząca o jego pełnej zaangażowaniu działalności badawczej: publikuje on

mniej więcej 2 prace rocznie. Jest to dużo biorąc pod uwagę ciężar gatunkowy jego prac.

Dr Maciej Starostka jest dość dobrze postrzegany na świecie. Wg bazy danych MathSciNet (moim zdaniem najbardziej reprezentatywnej jeśli chodzi o matematykę) był (na dzień 31 stycznia 2026 r.) cytowany 25 razy, a jego Index Hirscha wynosi 4. Te liczby nie są zbyt duże. Wynika to z kilku okoliczności, ale przypuszczalnie przede wszystkim z faktu, że tematyka badawcza Starostki jest bardzo trudna, a problematyka naukowa, którą reprezentuje przeżywa pewien kryzys, co wiąże się z malejącą liczbą osób ją uprawiającą.

#### 4. Wymagania ustawowe

Ustawa z dnia 20 lipca 2018 r. – Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce (tzw. „Konstytucja dla Nauki”) definiuje kluczowe wymagania dla kandydata ubiegającego się o stopień doktora habilitowanego wprost w swoich przepisach, przede wszystkim w art. 219–220. Wszystkie te wymagania spełnione są przez dra Starostkę: posiada on stopień doktora; w swoim dorobku ma osiągnięcia naukowe stanowiące znaczny wkład w rozwój dyscypliny; w jego dorobku znajduje się jedna tematycznie spójna seria artykułów naukowych opublikowanych w recenzowanych czasopismach ujętych w ministerialnym wykazie; wykazuje się istotną aktywnością naukową realizowaną w więcej niż jednej instytucji naukowej, w szczególności także zagranicznej.

Tym samym można uznać, że dr inż. Maciej Starostka spełnia wszystkie wymagania stawiane ustawowo kandydatom do stopnia doktora habilitowanego

#### 5. Podsumowanie recenzji

Moja opinia o dorobku naukowym pana dra Macieja Starostki, ze szczególnym uwzględnieniem jego osiągnięcia naukowego, oraz pozostałej działalności naukowej jest wysoce pozytywna. Jestem zdania, że złożone w postępowaniu habilitacyjnym osiągnięcie naukowe dra Starostki stanowi znaczny wkład w rozwój nieliniowej analizy matematycznej ze szczególnym uwzględnieniem metod topologicznych i geometrycznych, a prace wchodzące w skład jego osiągnięcia naukowego stoją na bardzo wysokim poziomie. Dorobek naukowy z dużym naddatkiem spełnia ustawowo i zwyczajowo wymagania stawiane w postępowaniach o nadanie stopnia doktora habilitowanego.

Zdecydowanie *popieram wnioszek o nadanie stopnia doktora habilitowanego panu doktorowi Maciejowi Starostce*. Jednocześnie, biorąc pod uwagę wyjątkową jakość przedłożonego wniosku o nadanie stopnia doktora habilitowanego i jego znaczny ciężar gatunkowy, *wnoszę o uznanie osiągnięcia za wyróżniające*.

Wojciech Kryszewski